

# Grundlagen der Diagnostik

Lerneinheit 4

## Beobachter- und Beurteilerübereinstimmung I



We are happy to share our materials openly:

The content of these [Open Educational Resources](#) by [Lehrstuhl für Psychologische Methodenlehre und Diagnostik, Ludwig-Maximilians-Universität München](#) is licensed under [CC BY-SA 4.0](#). The CC Attribution-ShareAlike 4.0 International license means that you can reuse or transform the content of our materials for any purpose as long as you cite our original materials and share your derivatives under the same license.



## Rückblick und Ausblick

Objektivität und Reliabilität bei Verhaltensbeobachtung und anderen Beurteilungen (z.B. Interviews)

### Statistische Analysen zur Objektivität:

- Berechnung von Maßen der Beobachter- bzw. Beurteilerübereinstimmung

### Statistische Analysen zur Reliabilität:

- Wie viel Fehler passiert beim Rückschluss von den Ratings eines oder mehrerer Beobachterinnen auf das wahre Merkmal (latente Variable)?
- Beobachterinnen können sich objektiv einig sein und trotzdem ist die Messung unreliabel (z.B. Beurteilungsfehler aus LE 3).
- Bestimmte Maße der Beurteilerübereinstimmung (z.B. ICCs in LE 5) können auch als Reliabilitätsschätzung verwendet werden, aber die Trennung von Übereinstimmung und Reliabilität ist nicht immer einfach.

# Indizes für Übereinstimmung abhängig vom Skalenniveau

## Bei nominalskalierten Daten:

Heute 

- Prozentuale Übereinstimmung
- Cohens  $\kappa$  (kappa) und Scotts  $\pi$  (pi)
- Odds Ratio und Yules  $Y$

## Bei ordinal- und intervallskalierten Daten:

- Rangkorrelationen
- Intra-Klassen-Korrelation (Intra-Class-Correlation, ICC)

### Hinweise:

- Wir besprechen den Fall für zwei Beobachter, aber es gibt auch Varianten für mehr als zwei.
- Für ordinalskalierte Daten gibt es eine Abwandlung von Cohens  $\kappa$ , das „gewichtete Cohens  $\kappa$ “ und andere Koeffizienten (z.B. „Krippendorffs Alpha“), aber auf diese wird in der Vorlesung nicht eingegangen, da hierfür die Rangkorrelationen & ICCs besprochen werden

# Kapitel 1: Aufbereitung der Daten

## Beispiel:

- Assessment-Center mit 20 Bewerberinnen
- Zwei Beobachterinnen (Rater)  
→ **Beobachter 1 & Beobachter 2**
- Urteile
  - Indikator **beobachtet**:
    - D.h. Kandidatin geeignet: **+**
  - Indikator **nicht beobachtet**:
    - D.h. Kandidatin nicht geeignet: **-**

		Beobachter 1		
		+	-	$\Sigma$
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
	$\Sigma$	10 G	10 H	20

Beobachter 2 hat den Indikator 8 mal **beobachtet**

Beobachter 2 hat den Indikator 12 mal **nicht beobachtet**

Beobachter 1 hat den Indikator 10 mal **beobachtet**

Beobachter 1 hat den Indikator 10 mal **nicht beobachtet**

## Wie kommen wir von einem Time-Sampling zu einer Kreuztabelle?

Beobachter 1	Zeitintervall (1 bis 20)																				Σ
Indikator:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ
„ähm“ gesagt	x	x	x	x	x	x			x	x	x	x									10
	In diesen Intervallen haben <b>beide</b> Beobachter den Indikator <b>beobachtet</b>						In diesen Intervallen hat <b>ein Beobachter</b> den Indikator <b>beobachtet</b> , <b>der andere nicht</b>						In diesen Intervallen haben <b>beide</b> Beobachter den Indikator <b>nicht beobachtet</b>								<b>G</b>
Beobachter 2	Zeitintervall (1 bis 20)																				Σ
Indikator:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ
„ähm“ gesagt	x	x	x	x	x	x	x	x													8
	<b>A</b>						<b>B</b>		<b>C</b>				<b>D</b>								<b>E</b>

		Beobachter 1		
		+	-	Σ
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
	Σ	10 G	10 H	20

- Für die Beispiele in dieser Vorlesung enthält die 2 x 2 Kreuztabelle die vollständige Information
- Wenn möglich, direkt die Kreuztabelle interpretieren, um die Qualität der Übereinstimmung zu beurteilen!
  - Wie sehr stimmen die Beobachter überein?
  - Wenn die Beobachter nicht übereinstimmen, welches Muster ergibt sich für die „Fehler“?
  - Was lässt sich über die „wahre Verteilung“ der zugrundeliegenden Merkmalsausprägungen vermuten?
  - Beobachten die Beobachter die Merkmalsausprägungen unterschiedlich häufig, bzw. Unterscheiden sich die Beobachter in ihrer **Strenge**?
  - Sind sich die Beobachter hinsichtlich der **Rangreihe** einig (trotz unterschiedlicher Strenge), also welche Beobachtungen tendenziell „positiv“ beurteilt werden?

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
$\Sigma$		10 G	10 H	20 N



**Unterschiedliche  
Wahrnehmungsschwellen?**



**Konsistente  
Beurteilung?**



- In der Praxis wünscht man sich häufig eine Quantifizierung der Qualität der Beurteilerübereinstimmung über die deskriptive Betrachtung der Kreuztabelle hinaus.
- Für eine solche Quantifizierung existieren zwei Strategien:

### **Modellbasierte Übereinstimmung:**

- Interpretation von Parametern in speziellen Messmodellen zur Beschreibung des Beobachtungs- bzw. Beurteilungsprozesses
- Methodisch anspruchsvoll (Schätzung statistischer Modelle)
- *Können wir leider nur kurz ansprechen, aber nicht im Detail behandeln*

### **Klassische Übereinstimmungsmaße und Indizes:**

- Maßzahlen für Übereinstimmung basierend auf Kreuztabelle
- Zusammenfassung der Übereinstimmung in einer einzigen Zahl
- Unterschiedliche Interpretation verschiedener Maßzahlen
- *Standard in der Praxis und Fokus dieser Vorlesung*

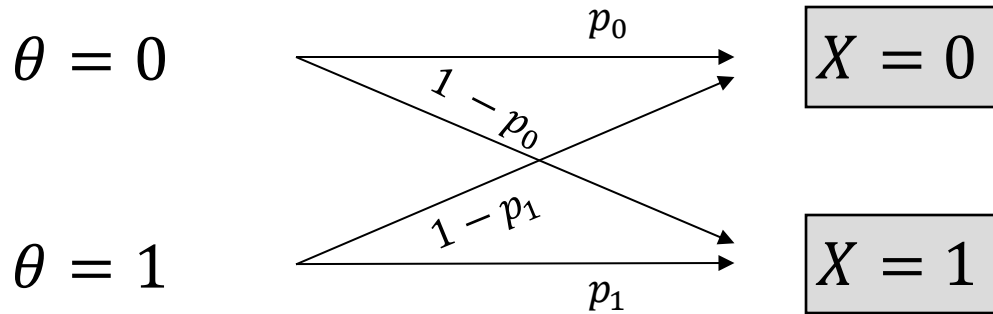
# Kapitel 2: Messmodelle für dichotome Ratings

## Wdhl: Essentiell paralleles bzw. Essentiell $\tau$ -äquivalentes Modell für kontinuierliche Ratings

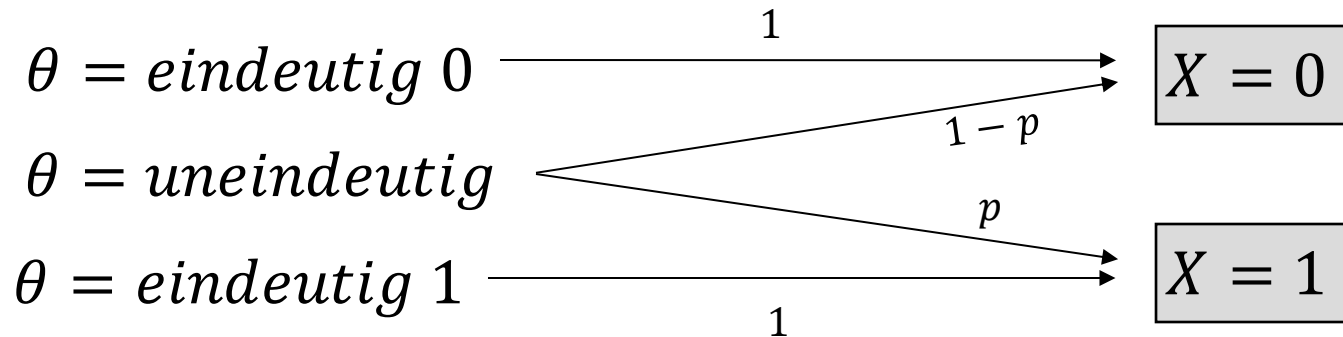
- $X_{iPerson} = \sigma_i + \theta_{Person} + \varepsilon_{iPerson}$  für alle Rater  $i$
- Im Gegensatz zur Vorlesung Testtheorie werden Items durch Rater ersetzt
- Messgenauigkeit quantifiziert durch Reliabilität oder Standardmessfehler
- Grundlage für Maße der Beurteilerübereinstimmung bei intervallskalierten Daten → LE 5

## Exkurs: Raschmodell für dichotome Ratings

- $P(X_{iPerson} = 1 | \theta_{Person}) = \frac{e^{\sigma_i + \theta_{Person}}}{1 + e^{\sigma_i + \theta_{Person}}}$  für alle Rater  $i$
- Annahme:  $\theta_{Person}$  kontinuierlich (aber  $X_{iPerson}$  diskret bzw. dichotom)
- Analogie zu Statistik II: Logistische Regression mit latenter Merkmalsausprägung der Person als Prädiktor
- Testmodelle der *Item Response Theorie* → Vorlesung im Master



- Latente Variable und Itemantwort jeweils diskret mit nur zwei Ausprägungen 0 und 1
- Wahrscheinlichkeiten  $p_0, p_1, 1 - p_0, 1 - p_1$  beschreiben den Antwortprozess, z.B.  $p_1 = P(X = 1|\theta = 1)$  und  $1 - p_1 = P(X = 0|\theta = 1)$
- Ideale Messung:
  - $p_0, p_1$  nahe an 1 und  $1 - p_0, 1 - p_1$  nahe an 0  
→ Hohe Messgenauigkeit (wenig Messfehler)
  - $p_0, p_1, 1 - p_0, 1 - p_1$  sind jeweils für alle Rater gleich  
→ Keine unterschiedlichen Wahrnehmungsschwellen



- Drei latente Zustände: „eindeutig 0“, „eindeutig 1“ und „uneindeutig“
- Eindeutige Beobachtungen werden **immer** richtig beurteilt. Die Wahrscheinlichkeiten  $p$  und  $1 - p$  beschreiben den Antwortprozess bei uneindeutigen Beobachtungen, z.B.  $p = P(X = 1 | \theta = \text{uneindeutig})$
- Ideale Messung:
  - $P(\theta = \text{uneindeutig})$  möglichst klein
  - $p$  entspricht dem Anteil von „eindeutig 1“ unter allen „eindeutigen“  
→ Kein Bias bei uneindeutigen Beobachtungen
  - $p$  und  $1 - p$  sind jeweils für alle Rater gleich  
→ Keine unterschiedlichen Wahrnehmungsschwellen

# Kapitel 3: Berechnung der klassischen Übereinstimmungsmaße

## Unjustierte und Justierte Maße

### Unjustierte Maße:

- Bestrafen unterschiedliche **Strenge** (Wahrnehmungsschwellen bei nominalskalierten Daten)
- Bestrafen mangelnde **Konsistenz**
- Konsequenz: **Absolute Übereinstimmung** wird bewertet

### Justierte Maße:

- Bestrafen **nicht** unterschiedliche **Strenge**
- Bestrafen **ausschließlich** mangelnde **Konsistenz**
- Konsequenz: Nur Einhaltung der Rangreihe wird bewertet („**relative Übereinstimmung**“)

# Maße für nominalskalierte Daten

1. Prozentuale Übereinstimmung
2. Cohens  $\kappa$  und Scotts  $\pi$
3. Odd's Ratio und Yules  $Y$

**Lernziele** 



# 1. Prozentuale Übereinstimmung

Berechnung:

$$P_o = \frac{\text{Häufigkeit der Übereinstimmung}}{\text{Anzahl aller Urteile}} \cdot 100 = \frac{A+D}{A+B+C+D} \cdot 100$$

Beispiel:

$$P_o = \frac{6 + 8}{6 + 2 + 4 + 8} = 70\%$$

		Beobachter 1		Σ
		+	-	
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
Σ		10 G	10 H	20

Im Kontext von Entscheidungsfehlern:

„Relative Häufigkeit korrekter Diagnosen“ bzw. „Genauigkeit“ =  $\frac{(TP+TN)}{N}$

# 1. Prozentuale Übereinstimmung


## Aber Achtung!

Prozentuale Übereinstimmung kann irreführend  
sein, wenn **Merkmale sehr häufig bzw.  
sehr selten beobachtet werden**,

z.B. sehr häufige / seltene Krankheiten  
(hohe / geringe *Basisrate*)

Beispiel:

$$P_o = \frac{17 + 1}{17 + 1 + 1 + 1} = 90\%$$



		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	17 A	1 B	18 E
	-	1 C	1 D	2 F
$\Sigma$		18 G	2 H	20

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Cohens  $\kappa$  und Scotts  $\pi$  beachten zusätzlich die „**durch Zufall**“  
**erwartete Übereinstimmung** :

$$\kappa, \pi = \frac{\text{Beobachtete Übereinstimmung} (P_O) - \text{Erwartete Übereinstimmung} (P_E)}{1 - \text{Erwartete Übereinstimmung} (P_E)}$$

- Wertebereich: -1 bis +1 (in der Praxis meist  $> 0$ )
- *Zähler*: „Wie viel mehr Übereinstimmung als zufällig erwartbar?“
- *Nenner*: „Wie viel mehr Übereinstimmung wäre maximal möglich?“  
(d.h. der größtmögliche Zähler)

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Die „**durch Zufall**“ **erwartete Übereinstimmung ( $P_E$ )** wird für Cohens  $\kappa$  und Scotts  $\pi$  und unterschiedlich berechnet

- **Cohens  $\kappa$** : Schätzung der erwarteten Übereinstimmung aus den **kombinierten** Randsummen
- **Scotts  $\pi$** : Schätzung der erwarteten Übereinstimmung aus den **mittleren** Randsummen

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Schritt 1:

Umwandlung der absoluten Häufigkeiten in relative Häufigkeiten

		Beobachter 1			$\Sigma$
		+	-		
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E	
	-	4 C	8 D	12 F	
	$\Sigma$	10 G	10 H	20	

		Beobachter 1			$\Sigma$
		+	-		
Beobachter 2	+	.30 A	.10 B	.40 E	
	-	.20 C	.40 D	.60 F	
	$\Sigma$	.50 G	.50 H	1	

Im Beispiel:

$$A: 6 / 20 = .30$$

$$E: 8 / 20 = .40$$

$$B: 2 / 20 = .10$$

$$F: 12 / 20 = .60$$

$$C: 4 / 20 = .20$$

$$G: 10 / 20 = .50$$

$$D: 8 / 20 = .40$$

$$H: 10 / 20 = .50$$

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Schritt 2:

Die „durch Zufall“ erwartete Übereinstimmung berechnen ( $P_E$ )

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Beobachter zufällig übereinstimmen, also zufällig beide „positiv“ oder beide „negativ“ beurteilen?

$\triangleq$  Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eines von zwei Ereignissen eintritt, die sich gegenseitig ausschließen?

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	.30 A	.10 B	.40 E
	-	.20 C	.40 D	.60 F
$\Sigma$		.50 G	.50 H	20 N

→ **Addition der Wahrscheinlichkeiten**

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Schritt 2:

Die „durch Zufall“ erwartete Übereinstimmung berechnen ( $P_E$ )

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Beobachter zufällig beide „positiv“ beurteilen (analog für „negativ“)?

$\triangleq$  Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei unabhängige Ereignisse gleichzeitig eintreten, die jeweils eine bestimmte Wahrscheinlichkeit haben?

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	.30 A	.10 B	.40 E
	-	.20 C	.40 D	.60 F
$\Sigma$		.50 G	.50 H	20 N

→ **Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten**

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Schritt 2:

Erwartete Übereinstimmung bei Zufall berechnen ( $P_E$ )

- $P_E$  für **Cohens  $\kappa$** :  $(E \cdot G) + (F \cdot H)$
- *Annahme*: Jeder Beobachter hat eine eigene Wahrscheinlichkeit, eine Ausprägung zu beobachten.
- „**kombinierte Randhäufigkeiten**“
- Im Beispiel:  
 $P_E$  für Cohens  $\kappa = (.40 \cdot .50) + (.60 \cdot .50) = .50$

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	.30 A	.10 B	.40 E
	-	.20 C	.40 D	.60 F
$\Sigma$		.50 G	.50 H	20 N



## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Schritt 2:

Erwartete Übereinstimmung bei Zufall berechnen ( $P_E$ )

- $P_E$  für **Scotts  $\pi$** :  $\left(\frac{E+G}{2}\right)^2 + \left(\frac{F+H}{2}\right)^2$
- *Annahme*: Beide Beobachter haben die gleiche Wahrscheinlichkeit, eine Ausprägung zu beobachten. Damit ist der Mittelwert der beiden relativen Häufigkeiten ein sinnvoller Schätzwert für diese Wahrscheinlichkeit.
- „**mittlere Randhäufigkeiten**“
- Im Beispiel:  $P_E$  für Scotts  $\pi = \left(\frac{.40 + .50}{2}\right)^2 + \left(\frac{.60 + .50}{2}\right)^2 = .505$

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	.30 A	.10 B	.40 E
	-	.20 C	.40 D	.60 F
$\Sigma$		.50 G	.50 H	20 N

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Schritt 2:

Erwartete Übereinstimmung bei Zufall berechnen ( $P_E$ )

Zusammenfassung:

- $P_E$  für **Cohens  $\kappa$** :  $(E \cdot G) + (F \cdot H)$ 
  - D.h. **kombinierte** Randhäufigkeiten
- $P_E$  für **Scotts  $\pi$** :  $\left(\frac{E+G}{2}\right)^2 + \left(\frac{F+H}{2}\right)^2$ 
  - D.h. **mittlere** Randhäufigkeiten

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	.30 A	.10 B	.40 E
	-	.20 C	.40 D	.60 F
$\Sigma$		.50 G	.50 H	20 N

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Man kann **Schritt 1 und 2** auch  
zusammenfassen und die Umwandlung in  
relative Häufigkeiten in die Formeln einbauen:

- $P_E$  für **Cohens  $\kappa$** :  $\left(\frac{E}{N} \cdot \frac{G}{N}\right) + \left(\frac{F}{N} \cdot \frac{H}{N}\right)$
- $P_E$  für **Scotts  $\pi$** :  $\left(\frac{E+G}{2N}\right)^2 + \left(\frac{F+H}{2N}\right)^2$

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
$\Sigma$		10 G	10 H	20 N

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Schritt 3:

$\kappa$  bzw.  $\pi$  berechnen

$$\kappa, \pi = \frac{P_O - P_E}{1 - P_E}$$

Im Beispiel:

- $P_O = .70$
- $P_E = .50$  ( $\kappa$ ) bzw.  $.505$  ( $\pi$ )
- Cohens  $\kappa = \frac{.70 - .50}{1 - .50} = 0.40$
- Scotts  $\pi = \frac{.70 - .505}{1 - .505} = 0.39$

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	.30 A	.10 B	.40 E
	-	.20 C	.40 D	.60 F
$\Sigma$		.50 G	.50 H	20 N

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

### Interpretation

- $\kappa, \pi = 1$ : „perfekte“ Übereinstimmung
- $\kappa, \pi = 0$ : keine Übereinstimmung
- $\kappa, \pi = -1$ : „perfekte“ Nicht-Übereinstimmung
  
- Positive Werte: Besser als „durch Zufall“ zu erwarten wäre
- Negative Werte: Schlechter als „durch Zufall“ zu erwarten wäre
- $-1$ : keine beobachteten Übereinstimmungen bei gleichzeitig maximaler Wahrscheinlichkeit zufälliger Übereinstimmungen

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

Cohens  $\kappa$  ist das am häufigsten angewandte Maß der Übereinstimmung für **nominalskalierte** Daten (vgl. Wirtz, 2007).

### Beurteilungsgüte

Ungefähre Richtlinie für Kappa nach McHugh (2012):

- $\kappa > .90$  = fast perfekte Übereinstimmung
- $\kappa = .80 - .90$  = starke Übereinstimmung
- $\kappa = .60 - .79$  = moderate Übereinstimmung
- $\kappa = .40 - .59$  = schwache Übereinstimmung
- $\kappa = .21 - .39$  = minimale Übereinstimmung
- $\kappa = .00 - .20$  = keine Übereinstimmung

# Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$ in R

## data-Objekt:

	RaterA	RaterB
1	1	1
2	1	1
3	1	1
4	1	1
5	1	1
6	1	1
7	1	0
8	1	0
9	1	0
10	1	0
11	0	1
12	0	1
13	0	0
14	0	0
15	0	0
16	0	0
17	0	0
18	0	0
19	0	0
20	0	0

## Code:

```
library(irrCAC)
kappa2.table(table(data)) # cohen's kappa
scott2.table(table(data)) # scott's pi
```

## Outputs:

```
> kappa2.table(table(data))
      coeff.name  coeff.val  coeff.se      coeff.ci  coeff.pval
1 Cohen's Kappa      0.4 0.2007984 (-0.02,0.82) 6.094e-02

> scott2.table(table(data))
      coeff.name  coeff.val  coeff.se      coeff.ci  coeff.pval
1 Scott's Pi 0.3939394 0.2064653 (-0.038,0.826) 7.162e-02
```

## 2. Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$

### Spezielle Eigenschaften

- Ein Wert von 1 kann nur erreicht werden, wenn beide **Randverteilungen** gleich sind
- Ein Wert von -1 kann nur erreicht werden, wenn alle vier **Randsummen** gleich sind („symmetrische Kreuztabelle“)

Cohens  $\kappa$  kann aber korrigiert werden, so dass es auch bei unterschiedlichen Randverteilungen/-summen maximal werden kann (-1 und +1)

*Hinweis:* Für den Spezialfall einer Vierfeldertafel, bei der nur eine der 4 Zellen belegt ist, sind Cohens  $\kappa$  und Scotts  $\pi$  nicht definiert.



## Ungleiche & Gleiche Randverteilungen

		Beobachter 1		
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	3 A	8 B	11 E
	-	8 C	1 D	9 F
	$\Sigma$	11 G	9 H	20 N

gleiche Randverteilung

		Beobachter 1		
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
	$\Sigma$	10 G	10 H	20 N

ungleiche Randverteilung

# Ungleiche & Gleiche Randsummen

	Beobachter 1			
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	3 A	8 B	11 E
	-	8 C	1 D	9 F
	$\Sigma$	11 G	9 H	20 N

**ungleiche Randsummen**

	Beobachter 1			
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	2 A	8 B	10 E
	-	8 C	2 D	10 F
	$\Sigma$	10 G	10 H	20 N

**gleiche Randsummen**

# Zwei Fehlerquellen kann man betrachten:

## 1. Unterschiedliche **Wahrnehmungsschwellen** (auch: **Strenge**):

- Ab wann wird ein Verhalten als Beobachtung registriert
- Beispiel: „ähms“ zählen → die eine Person registriert bereits bei „äh“, die andere will ein voll ausgeprägtes „ähm“ hören
- Sichtbar an **ungleichen Randverteilungen** (mit „McNemar“-Test kann die Hypothese gleicher Randverteilungen in der Population geprüft werden)

## 2. Mangelnde **Konsistenz**:

- Beobachterinnen nutzen grundlegend andere Definitionen oder Kriterien
- Sichtbar, wenn Übereinstimmung nicht gut ist, obwohl die Beobachterinnen insgesamt gleiche Wahrnehmungsschwellen haben / gleich streng sind (z.B. haben es beide 5 mal beobachtet, aber jeweils bei 5 verschiedenen Personen)

		Beobachter 1		
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	40 A	61 B	101 E
	-	62 C	37 D	99 F
	$\Sigma$	102 G	98 H	200 N

## Cohens $\kappa$ und Scotts $\pi$ sind unjustierte Maße

- Das heißt, dass sie **unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen** = Rand**verteilungen** der Rater „**bestrafen**“,
  - d.h. unjustierte Koeffizienten in diesem Fall niedriger als justierte Koeffizienten
- **Sind die Randverteilungen ungleich...**
  - ...liegen systematische Unterschiede der Rater in der Einschätzung der Grundwahrscheinlichkeiten eines Merkmals vor!
  - ...sind unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen (z.B. Strenge) der Rater Ursache für unterschiedliche Randverteilungen
  - ...fällt Cohens  $\kappa$  höher als Scotts  $\pi$  aus
    - Unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen bei Scotts  $\pi$  stärker bestraft
    - diese Eigenschaft kann eventuell je nach Fragestellung genutzt werden

## Weitere Gründe für mangelnde Übereinstimmung:

- Sind die **Randverteilungen gleich** (→ gleiche Strenge) ist eine **mangelnde Übereinstimmung** eindeutig als ein Effekt **mangelnder Konsistenz** interpretierbar
  - D.h. Beobachter nutzen andere Definitionen oder Kriterien
- Vorsicht: Für einen geringen *Koeffizienten* gibt es aber auch andere Ursachen, wie z.B. eine hohe zufällig erwartbare Übereinstimmung durch sehr geringe/hohe **Basisrate**

# Weitere Einflussgröße: Basisrate

**Tabelle 2:** Drei Beispiele für Vierfeldertafeln bei dichotomen Einschätzungen

		Beispiel A			Beispiel B			Beispiel C		
		Beurteiler B			Beurteiler B			Beurteiler B		
		0	1	$\Sigma$	0	1	$\Sigma$	0	1	$\Sigma$
Beurteiler A	0	74	25	<b>99</b>	145	18	<b>163</b>	94	73	<b>167</b>
	1	24	77	<b>101</b>	17	20	<b>37</b>	4	29	<b>33</b>
	$\Sigma$	<b>98</b>	<b>102</b>	<b>200</b>	<b>162</b>	<b>38</b>	<b>200</b>	<b>98</b>	<b>102</b>	<b>200</b>
Cohens $\kappa$		,51			,43			,24		

Aus: Wirtz (2006). In Petermann, F. & Eid, M. (Eds.). Handbuch der Psychologischen Diagnostik (S.371).

Gleiche  
Randverteilungen

Mittlere Basisrate  
von 0/1-Urteilen

Gleiche  
Randverteilungen

Geringe Basisrate  
von „1“-Urteilen

Ungleiche  
Randverteilungen

Basisrate unklar

# Wichtige Eigenschaften von Cohens $\kappa$ & Scotts $\pi$

- ✓ **„Bereinigt“**
  - Von der durch Zufall erwarteten Übereinstimmung
- ✓ **Unjustiert**
  - Unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen werden bestraft
- ✓ **Abhängig von der Basisrate**
  - Aber anders als die prozentuale Übereinstimmung: Wenn Merkmale sehr häufig oder sehr selten vorkommen, dann ist die bei Zufall erwartete Übereinstimmung sehr hoch und Kappa / Pi werden sehr klein
- Beide Koeffizienten gibt es auch für mehr als zwei Rater oder Ratings mit mehr als zwei Kategorien („Krippendorffs Alpha“ und „Fleiss‘ Kappa“)



# Zusammenhang von Cohens $\kappa$ & Scotts $\pi$ mit Messmodellen für dichotome Ratings

- **Messfehlerperspektive:** siehe Folie 12
  - Keine direkte Entsprechung, aber...
  - *Scotts  $\pi$  entspricht (für großes  $N$ ) der Intraklassenkorrelation  $ICC(1, 1)$  bei kontinuierlichen Ratings  $\rightarrow$  LE 5*
  - *Cohens  $\kappa$  entspricht (für großes  $N$ ) der Intraklassenkorrelation  $ICC(2, 1)$  bei kontinuierlichen Ratings  $\rightarrow$  LE 5*
- **Übereinstimmungsperspektive:** siehe Folie 13
  - Annahme einer idealen Messung:
    - $\rightarrow$  Kein Bias bei uneindeutigen Beobachtungen
    - $\rightarrow$  Keine unterschiedlichen Wahrnehmungsschwellen
  - *Cohens  $\kappa$  & Scotts  $\pi$  entsprechen dem relativen Anteil der eindeutig klassifizierbaren Beobachtungen*

### 3. Odds Ratio/ Yules Y

## Odds Ratio/ Yules Y sind justierte Maße

- Das heißt sie betrachten nur die **Konsistenz** von Beobachtern:
  - Wie stark stimmen Beobachter überein, ohne dass unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen der Beobachter eine Rolle spielen?
  - Im dichotomen Fall bedeutet Konsistenz also: Im Rahmen der aufgetretenen Beobachtungshäufigkeiten überschneiden sich die Beobachtungen
- Es ist also nicht wichtig, ob Beobachter 1 das Merkmal öfter beobachtet (z.B. mehr Personen für geeignet hält) als Beobachter 2
- Odds-Ratios sollten dementsprechend dann angewandt werden, wenn unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen keine Rolle (!) spielen sollen

# Odds Ratio

## Schritt 1: Odds (Chance)

$$\text{Odds (Übereinstimmung)} = \frac{\frac{A}{G}}{1 - \frac{A}{G}} = \frac{\frac{A}{G}}{\frac{C}{G}} = \frac{A}{C}$$

Lies: B2 vergibt (+), gegeben B1 hat bereits (+) vergeben

$$\text{Odds (Nicht-Übereinstimmung)} = \frac{\frac{B}{H}}{1 - \frac{B}{H}} = \frac{\frac{B}{H}}{\frac{D}{H}} = \frac{B}{D}$$

Lies: B2 vergibt (+), gegeben B1 hat bereits (-) vergeben

Exkurs

		Beobachter 1		Σ
		+	-	
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
Σ		10 G	10 H	20

## Schritt 2: Odds Ratio (Chancenverhältnis)

$$q = \frac{\text{Odds (Übereinstimmung)}}{\text{Odds (Nicht-Übereinstimmung)}} = \dots = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

### Interpretation:

- Gegeben ein Urteil, um welchen Faktor wächst die *Chance* für nochmal das gleiche Urteil?
- Anders ausgedrückt: Faktor, um den die *Chance* für ein positives (bzw. negatives) Urteil höher ist, wenn die andere Beobachterin bereits ein positives (bzw. negatives) Urteil vergeben hat
- Vorsicht: *Chance* ist nicht das Gleiche wie Wahrscheinlichkeit (WK), sondern  $WK / (1 - WK)$

# Odds Ratio

- Wertebereich liegt zwischen 0 und  $\infty$
- **Interpretation**
  - $q = 1$ : Übereinstimmung und Nicht-Übereinstimmung sind gleich wahrscheinlich = Zufall
  - $q < 1$ : Systematische Nicht-Übereinstimmung
  - $q > 1$ : Systematische Übereinstimmung

## Yules Y

Koeffizient dient ausschließlich der **Normierung der Odds Ratio**:

$$\text{Yules } Y = \frac{\sqrt{q}-1}{\sqrt{q}+1}$$

- Liegt zwischen -1 und +1: Ermöglicht den Vergleich mit anderen Zusammenhangsmaßen, die zwischen -1 und +1 liegen
- Scotts  $\pi$ , Cohens  $\kappa$  und Yules Y sind nur bei symmetrischen Kreuztabellen gleich (= alle vier Randsummen sind gleich)

## 3. Odds Ratio/ Yules Y

### Schritt 1:

### Odds Ratio berechnen

Im Beispiel:

$$q = \frac{A \cdot D}{B \cdot C} = \frac{6 \cdot 8}{2 \cdot 4} = 6$$

- Gegeben ein Urteil, wächst die Chance für nochmal das gleiche Urteil um den Faktor 6
- Chance für ein positives Urteil steigt um das 6-fache, wenn bekannt ist, dass die andere Beobachterin auch ein positives Urteil vergeben hat

		Beobachter 1		Σ
		+	-	
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
Σ		10 G	10 H	20

# Exkurs: Odds Ratio mit logistischer Regression

## 1. Modellgleichung aufstellen

$$P(X_{B2} = 1 | x_{B1}) = \frac{e^{\alpha + \beta \cdot x_{B1}}}{1 + e^{\alpha + \beta \cdot x_{B1}}}$$

mit  $x_{B1}, x_{B2} \in \{0, 1\}$

		Beobachter 1		
		+	-	$\Sigma$
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
$\Sigma$		10 G	10 H	20

## 2. Modellparameter schätzen

$$\hat{\beta} \approx 1.79$$

$\beta$  entspricht dem logarithmierten Odds Ratio (siehe Statistik II)

## 3. Odds Ratio berechnen

$$q = e^{\hat{\beta}} = e^{1.79} \approx 6$$



## 3. Odds Ratio/ Yules Y

### Schritt 2:

### Yules Y berechnen

$$Y = \frac{\sqrt{q} - 1}{\sqrt{q} + 1}$$

Im Beispiel:

$$Y = \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}+1} = .42$$

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
$\Sigma$		10 G	10 H	20

# Einfluss der Basisrate im Vergleich

**Tabelle 2:** Drei Beispiele für Vierfeldertafeln bei dichotomen Einschätzungen

		Beispiel A			Beispiel B			Beispiel C		
		Beurteiler B			Beurteiler B			Beurteiler B		
		0	1	$\Sigma$	0	1	$\Sigma$	0	1	$\Sigma$
Beurteiler A	0	74	25	<b>99</b>	145	18	<b>163</b>	94	73	<b>167</b>
	1	24	77	<b>101</b>	17	20	<b>37</b>	4	29	<b>33</b>
	$\Sigma$	<b>98</b>	<b>102</b>	<b>200</b>	<b>162</b>	<b>38</b>	<b>200</b>	<b>98</b>	<b>102</b>	<b>200</b>
Cohens $\kappa$		,51			,43			,24		
Odds Ratio		9,50			9,48			9,34		
Yules $Y$		,51			,51			,51		

Aus: Wirtz (2006). In Petermann, F. & Eid, M. (Eds.). Handbuch der Psychologischen Diagnostik (S.371).

# Wichtige Eigenschaften von Odds Ratio & Yules Y

## ✓ **Justiert:**

- Unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen werden nicht besonders bestraft, nur Konsistenz wird berücksichtigt

## ✓ **Robust** gegenüber Veränderungen der Basisrate

# Kapitel 4: Beispiele und Fazit

# Beispiel 1

Eine Beratungsstelle für Hochbegabung untersucht „Hochbegabte“, die aufgrund sehr guter Leistungen von Lehrerinnen in der Beratungsstelle gemeldet werden.

	Beobachter 1			
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	17 A	1 B	18 E
	-	1 C	1 D	2 F
	$\Sigma$	18 G	2 H	20

# Beispiel 1

- Prozentuale Übereinstimmung = .90 (90%)
- Cohens  $\kappa$  (kappa) = .44
- Scotts  $\pi$  (pi) = .44
- Yules  $Y$  = .61

		Beobachter 1		$\Sigma$
		+	-	
Beobachter 2	+	17 A	1 B	18 E
	-	1 C	1 D	2 F
$\Sigma$		18 G	2 H	20

## Beispiel 2

Mit einer Verhaltensbeobachtung soll die Anzahl an Füllwörtern beobachtet werden, aber der Indikator ist nicht konkret genug formuliert, und Beobachter 2 ist etwas unkonzentrierter als Beobachter 1.

	Beobachter 1			
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
	$\Sigma$	10 G	10 H	20 N

## Beispiel 2

- Prozentuale Übereinstimmung = .70
- Cohens  $\kappa$  (kappa) = .40
- Scotts  $\pi$  (pi) = .39
- Yules  $Y$  = .42

	Beobachter 1			
Beobachter 2		+	-	$\Sigma$
	+	6 A	2 B	8 E
	-	4 C	8 D	12 F
	$\Sigma$	10 G	10 H	20 N



## Kommentar zu Signifikanztests

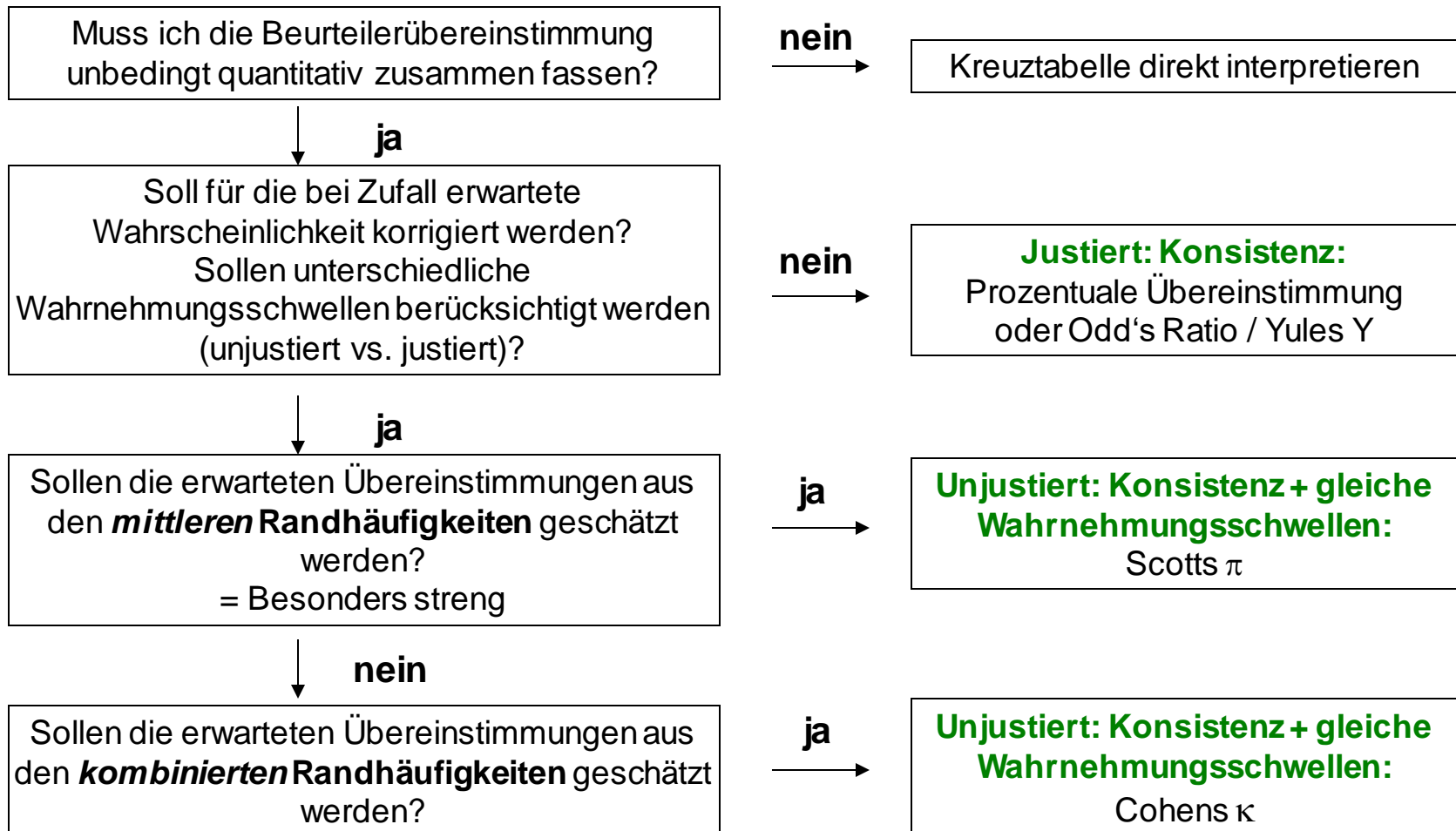
- Es existieren auch Signifikanztests für  $\kappa$ ,  $\pi$  ( $\rightarrow \chi^2$ -Test) und  $Y$ :
  - Fragestellung: Ist Übereinstimmung in der Grundgesamtheit gleich 0?
- Der berechnete Wert der Übereinstimmung ist jedoch wesentlich aussagekräftiger
  - Signifikanztests gegen den Wert 0 kann maximal eine Mindestanforderung sein und sollte ansonsten eine untergeordnete Rolle spielen ( $\rightarrow$  Manchmal hat man vielleicht sogar die Population)
- Bsp.: Cohens  $\kappa$  bei großer Stichprobe ab ca. 0.30 signifikant für  $H_0: \kappa = 0$ , aber erst ab 0.60-0.79 als moderat zu beurteilen

## Fazit

- Die heute besprochenen Maße sind auf **nominalskalierte Daten** anwendbar. Die Berechnungen sind mit angepassten Formeln auch für nicht-dichotome Beurteilungen möglich.
- Sollen **unterschiedliche Wahrnehmungsschwellen** der Rater besonders bestraft werden, dann sollte Scotts  $\pi$  verwendet werden, sonst Cohens  $\kappa$ .
- Spielt **nur die Konsistenz** des Ratings eine Rolle, dann sollte Yules  $Y$  verwendet werden.
- Wenn Yules  $Y$  hoch ist, aber Cohens  $\kappa$  / Scotts  $\pi$  nicht, dann weiß man dass die Konsistenz ok ist, aber die Wahrnehmungsschwellen oder die Basisrate ein Problem sind.
- Man sollte darauf achten, ob absolute oder relative Häufigkeiten vorliegen.
- **Wenn möglich, sollte man immer auch direkt die Kreuztabelle betrachten und interpretieren bevor man sich auf den komplizierten Vergleich der Übereinstimmungsmaße einlässt!**

## Flowchart für nominalskalierte Daten

Wann verwende ich welches Maß?



## Leitfragen zur Nachbereitung

- Was ist mit Wahrnehmungsschwellen (Strenge) und Konsistenz im Rahmen der Beurteilerübereinstimmung gemeint?
- Welche klassischen Maße zur Berechnung der Beurteilerübereinstimmung für nominalskalierte Daten gibt es?
- Wie sind diese definiert? Wie werden sie berechnet?
- Wie werden sie interpretiert?
- Welche Eigenschaften haben sie?
- Wie unterscheiden sie sich voneinander? Wann nehme ich was?



# Literatur Beobachterübereinstimmung:



Wirtz, M. & Caspar, F. (2004).  
Beobachterübereinstimmung (ab  
S. 47) Kapitel 4.1.3, 4.1.4 und  
Kapitel 6. Weinheim: Juventa.



Wirtz, M. & Kutschmann, M. (2006). Methoden zur Bestimmung der  
Beurteilerübereinstimmung. Handbuch der psychologischen Diagnostik  
(S. 369-380). Göttingen: Hogrefe.

[https://www.researchgate.net/publication/321255287\\_Methoden\\_zur\\_Bestimmung\\_der\\_Beurteilerubereinstimmung](https://www.researchgate.net/publication/321255287_Methoden_zur_Bestimmung_der_Beurteilerubereinstimmung)

- Nächste Sitzung zu LE5 (Beurteilerübereinstimmung II)
- Bitte bereiten Sie das Übungsblatt zu LE4 für die Sitzung Ihres jeweiligen UKs vor